Fuvest 2006
Faculdade de Arquitetura e Urbanismo da USP
Provas Específicas das carreiras **203 — Arquitetura FAU** e **228 — Design**

Prova de Geometria e Funções

Data: 12 de janeiro de 2006
Horário: das 8h às 12h

Observações gerais relativas à prova

- Verifique se o número impresso nas etiquetas coladas nas duas folhas de desenho que você recebeu corresponde ao seu número de inscrição.
- Responda as questões nos espaços indicados para cada uma delas nas folhas de desenho.
- As folhas de papel branco fino, sem etiqueta, são para rascunho.
- Ao final da prova, você deverá entregar ao fiscal apenas as duas folhas etiquetadas.
- Não assine nenhuma das folhas, sob pena de anulação da prova.

Questão 1

Este é um problema de concordância baseado na cadeira Barcelona, projeto do arquiteto e designer alemão Mies van der Rohe, de 1929 (reproduzida ao lado). Use régua, compasso e esquadros para resolver os itens a seguir (mas não utilize a graduação da régua). Não apague as linhas de construção dos desenhos.

1.1. Construa um quadrado com lado medindo o mesmo que **PQ**.

P **Q**

Nomeie os vértices **A**, **B**, **C** e **D**, no sentido horário, sendo **A** o vértice superior esquerdo do quadrado.

1.2. Marque o ponto **X** no lado **BC**, de modo que **CX** tenha a mesma medida de **RS**.

R **S**

1.3. Marque o ponto **Y** no lado **AD** de modo que **DY** tenha a mesma medida de **TU**.

T **U**

1.4. Desenhe no interior do quadrado uma semicircunferência, tendo o segmento **BC** como diâmetro.

1.5. Determine a circunferência que concorde com o segmento **XY** e com a semicircunferência desenhada em 1.4, que esteja abaixo da reta **XY** e cujo raio tenha a mesma medida que **PQ**. Determine os pontos de concordância.

Questão 2

Sólidos de Arquimedes são sólidos que têm todas as arestas iguais. O cuboctaedro é um deles, formado por faces quadradas e triangulares.

2.1. Para obter um cuboctaedro, esboce um cubo e marque os pontos médios de suas arestas. Para cada vértice do cubo, ligue os três pontos médios das arestas contendo aquele vértice. Os vértices do cuboctaedro são os pontos médios das arestas do cubo, e suas arestas são as linhas desenhadas neste item que ligam os pontos médios das arestas do cubo.
2.2. Quantas faces quadradas e quantas faces triangulares tem o cuboctaedro?
2.3. Considerando que a aresta do cubo original mede **a**, calcule a área total das faces do cuboctaedro.
2.4. Considerando que a aresta do cubo original mede **a**, calcule o volume do cuboctaedro.

Questão 3

3.1. Determine o conjunto dos números reais **x** que são solução do seguinte sistema de inequações:

$$\begin{cases} 2x - 3 \le 3x + 2 \\ 4x + 2 \le x + 5 \end{cases}$$

3.2. Desenhe as retas dadas pelas equações abaixo:

$$y = 2x - 3, \quad y = 3x + 2, \quad y = 4x + 2, \quad y = x + 5$$

3.3. Indique no desenho do item 3.2 o conjunto solução encontrado no item 3.1.

Questão 4

A construção de polígonos regulares com régua e compasso foi muito estudada pelos geômetras da Grécia Antiga. Eles sabiam como construir o triângulo equilátero, o quadrado, o pentágono regular, o pentadecágono regular e todos os polígonos regulares que podem ser obtidos a partir desses quatro por meio de mera bissecção de ângulos. Por mais de dois mil anos, nenhum outro polígono regular construtível com régua e compasso foi descoberto. Em 1796, aos 19 anos de idade, o matemático alemão Karl Friedrich Gauss descobriu que era possível construir também o polígono regular de 17 lados (o heptadecágono regular) usando apenas régua e compasso.

O objetivo desta questão é o de construir, usando régua, compasso e esquadro, o **lado** de um heptadecágono regular inscrito na circunferência de centro **O** impressa na folha de respostas. Para isso, siga o roteiro abaixo.

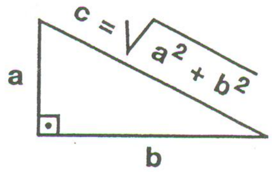
As construções pedidas nos itens 4.1 a 4.5 devem ser feitas na metade direita da folha de respostas. Use régua, compasso e esquadros para fazê-las (mas não utilize a graduação da régua). Não apague as linhas de construção dos desenhos.

4.1. Construa um segmento de comprimento $\mathbf{r = \frac{1}{4} R}$, onde **R** é o raio da circunferência de centro **O**.

4.2. Construa dois segmentos cujos comprimentos **x** e **y** são dados por:

$$x = \sqrt{R^2 + r^2} - r \qquad y = \sqrt{R^2 + r^2} + r$$

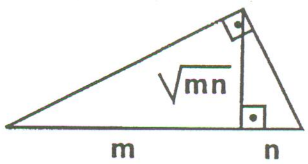
Dica: Lembre-se do Teoremas de Pitágoras, ilustrado na figura ao lado.



4.3. Construa dois segmentos cujos comprimentos **z** e **t** são dados por:

$$z = \frac{\sqrt{x^2 + R^2} + x}{4} \qquad t = \sqrt{y^2 + R^2} - y$$

4.4. Construa um segmento de comprimento $\mathbf{u = \sqrt{tr}}$.
Dica: Lembre-se da relação ilustrada no triângulo retângulo da figura ao lado.



4.5. Construa um segmento de comprimento $\mathbf{v = \sqrt{z^2 - u^2} + z}$.
Dica: Use um triângulo retângulo cuja hipotenusa mede **z**.

4.6. Marque no segmento **OA** um ponto **B** tal que o segmento **OB** tenha comprimento **v**. Trace uma perpendicular ao segmento **OA** passando por **B** e marque um ponto **C** onde essa perpendicular corta a circunferência. O lado do heptadecágono regular inscrito na circunferência é o segmento **AC**.

Aviso
Essa construção é muito sensível a pequenas imprecisões de desenho. Por isso, a questão pede apenas que você construa o **lado** do heptadecágono. Caso você desenhasse o polígono com todos os seus 17 lados, é provável que você encontraria uma discrepância substancial de desenho.